دليل استخدام CalculusPro

النسخة المصوّرة مع التدريب العملي على اللوحة

© 2026 جميع الحقوق محفوظة للمهندس سمير رحيم شهيب الكرياوي. منصة CalculusPro وتطبيقها وعلامة SYN ملك شخصي له.

Eng. Sameer Raheem Shehaib Al-Krimawi. All rights reserved. The CalculusPro 2026 © .platform and application and the SYN mark are his personal property

الأدوات ومهام الحاسبة والتدريب، مع أمثلة عملية خطوة بخطوة

الفئة المستهدفة	الإصدار المشروح	تاريخ الدليل
طلاب الرياضيات الهندسية ومستخدموها	**4.7.25**	**1 نوفمبر 2026**

calculuspro-accounts-test.onrender.com

إشعار حقوق الملكية

1	منصة CalculusPro وتطبيقها ملك شخصي للمهندس سمير رحيم شهيب الكريماوي. ويشمل ذلك الاسم والبرمجيات والواجهات والمحتوى والأمثلة وقواعد البيانات المرتبطة بهما.
2	علامة SYN وشعارها، واسم CalculusPro، وكل ما يتعلق بها، ملك شخصي للمهندس سمير رحيم شهيب الكريماوي. ولا يجوز استخدامها أو تقليدها، ولا استعمال ما يشبهها بأي صورة، دون إذن كتابي مسبق منه.
3	جميع حقوق التأليف والنشر لهذا الدليل محفوظة له، بما في ذلك النصوص والصور والجداول والأمثلة والتصميم والترتيب.
4	لا يجوز نسخ هذا الدليل أو المنصة أو التطبيق أو أي جزء منها، ولا إعادة نشرها أو ترجمتها أو تعديلها أو بيعها أو توزيعها، ورقيًا أو إلكترونيًا، إلا بإذن كتابي مسبق من صاحب الحقوق.
5	يُسمح للمستخدم بحفظ الدليل وطباعته لاستخدامه الشخصي والتعليمي غير التجاري فقط.
6	أسماء المكتبات والخدمات الخارجية المذكورة في الدليل، مثل SymPy وMathpix وGoogle، ملك لأصحابها، وذكرها هنا للتعريف فقط.

Copyright and Ownership Notice

1	The CalculusPro platform and application are the personal property of Eng. Sameer Raheem Shehaib Al-Krimawi. This includes the name, software, interfaces, content, examples and .associated databases
2	The SYN mark and logo, the CalculusPro name, and everything relating to them, are the personal property of Eng. Sameer Raheem Shehaib Al-Krimawi. They may not be used or imitated, and no .confusingly similar mark may be used, without his prior written permission
3	Copyright © 2026 Eng. Sameer Raheem Shehaib Al-Krimawi. All rights reserved. This covers the .guide's text, images, tables, examples, design and layout
4	,No part of this guide, the platform or the application may be copied, republished, translated modified, sold or distributed, in print or electronically, without the prior written permission of the .rights holder
5	.Users may save and print this guide for personal, non-commercial educational use only
6	Names of third-party libraries and services mentioned in this guide, such as SymPy, Mathpix and .Google, belong to their respective owners and are mentioned for identification only

قبل أن تبدأ

ماذا ستتعلم من هذا الدليل؟

ستتعلم كيف تختار المهمة، وتكتب التعبير الرياضي، وتضبط المتغير والحدود. ثم تقرأ النتيجة وخطواتها، وتتدرب بنفسك، وتحفظ تقرير الحل.

ابدأ بالدخول إلى حسابك وجرّب مثال الاشتقاق في «البداية السريعة»، ثم انتقل إلى الفصل الذي يخص موضوعك. واقرأ الشروط دائمًا بجانب النتيجة؛ فوجود زر أو رمز في لوحة الكتابة لا يعني أن المحرك يحل كل مسألة تستعمله.

كيف تقرأ هذا الدليل؟

صُمّم كل فصل ليُقرأ في دقائق: صورة توضح موضع الأدوات، ثم خطوات مرقّمة، ثم مثال يفصل بين ما تكتبه وما تتوقعه. وتساعدك العلامات التالية على التقاط المهم بنظرة سريعة:

ما تكتبه	`sin(x**2)`
النتيجة المتوقعة	$d/dx\ \sin(x^2) = 2x\ \cos(x^2)$

في الصف الرمادي ما تكتبه حرفيًا بصيغة الحاسبة، وفي الصف الأخضر النتيجة الرياضية المتوقعة. وقد يعرض المحرك صيغة جبرية مكافئة لها.

نصيحة	طريقة أسرع أو أسهل لإنجاز الخطوة.
تنبيه	خطأ شائع أو أمر قد يغيّر النتيجة أو يمس حسابك.
ملاحظة	معلومة توضح حدود الأداة أو سلوكها.
لماذا هذه النتيجة؟	التفسير الرياضي للنتيجة المعروضة.

ملاحظة

صور الواجهة مأخوذة من جلسة عامة خالية من بيانات أي حساب. قد تتغير مواضع العناصر بحسب عرض الشاشة، أما أسماؤها فتبقى ثابتة، فاعتمد عليها للوصول إلى الأداة.

خريطة الدليل

سبعة أجزاء تتدرج من الدخول الأول إلى المسارات المتقدمة. الرقم البرتقالي هو رقم الفصل.

الجزء الأول البداية	
1	البداية السريعة
2	الدخول والحساب والتنقل
الجزء الثاني كتابة التعبير الرياضي	
3	صيغ الإدخال
4	لوحة الرياضيات وأدوات التحرير
5	أدوات الكسور والأسس والدوال
6	قوالب العمليات واختيار المهمة
الجزء الثالث التدريب العملي على لوحة الرياضيات	
7	دليل عملي للحاسبة الداخلية
8	الأسهم والخانة التالية ووضع الإدخال
9	بناء كسر والخروج من المقام
10	بناء الأس والجذر دون أخطاء
11	كتابة الدوال والتنقل داخل الأقواس
12	إدخال التكامل من أزرار القالب
13	المشتقة والنهاية والمجموع من القوالب
14	الأزرار الإضافية وما الذي تنفذه
15	تصحيح الأخطاء وتمارين على حركة المؤشر
الجزء الرابع مهام الحل خطوة بخطوة	
16	الاشتقاق والرتب العليا
17	التكامل المحدد وغير المحدد
18	مثال كامل: التكامل بالتجزئة
19	النهايات وجهة الاقتراب
20	المجاميع والمتسلسلات
21	الاشتقاق الجزئي
22	التكامل المزدوج على مستطيل
23	المصفوفات وعملياتها
24	المعادلات التفاضلية العادية
الجزء الخامس فهم النتائج والإدخال بالصور	
25	قراءة النتيجة والخطوات والرسم
26	قراءة المسائل من الصور
الجزء السادس التدريب والمكتبة والمسارات المتقدمة	
27	التدريب بالأمثلة الجاهزة
28	التدريب على مسألتك

29 مكتبة الأمثلة الموثقة
30 المسارات المتقدمة وإدخال حقولها
31 أمثلة المسارات المتقدمة وحدودها
الجزء السابع الحفظ والمتابعة والمساعدة
32 التقدم والمزامنة بين الأجهزة
33 حفظ تقرير الحل واستخدام الهاتف
34 حل المشكلات وقائمة المراجعة

الجزء الأول

البداية

ادخل إلى حسابك وأنجز أول حل خلال دقائق

الفصل 1

البداية السريعة

في هذا الفصل: ست خطوات تأخذك من فتح المنصة إلى أول نتيجة محفوظة.

1	افتح المنصة وسجّل الدخول إلى حسابك النشط الموثق، وانتظر ظهور جاهزية الحساب والمحرك.
2	اختر «مختبر الحل»، ثم اختر «الاشتقاق» من قائمة الموضوع. راجع اسم المهمة بعد كل تغيير.
3	اختر «صيغة الحاسبة» واكتب `sin(x**2)`.
4	اضبط المتغير على `x` ورتبة المشتقة على `1`، ثم اضغط «احسب الآن».
5	اقرأ النتيجة وشروطها، ثم افتح «عرض جميع الخطوات» إن ظهر. للتنقل مرحلةً مرحلة استخدم «التالي» و«السابق».
6	جرّب مسألة مشابهة من «التدريب»، أو احفظ الحل من «تقرير الحل / حفظ PDF».

نصيحة

عند تبديل صيغة الإدخال، استبدل النص المكتوب بما يناسب الوضع الجديد، ثم راجع المعاينة قبل الحساب.

قبل الاعتماد على أي إجابة

- ✓ تأكد من التعبير والمتغير والحدود والمجال.
- ✓ اقرأ حالة التحقق وحدود الاستنتاج المعروضة مع النتيجة.
- ✓ تعامل مع الرسم بوصفه أداة للفهم، ومع الدعم العددي بوصفه مؤشرًا لا برهانًا عامًا.
- ✓ إذا ظهر «شرح جزئي» أو تعذّر حسم الحساب، فاحتفظ بهذه المعلومة مع النتيجة.

الفصل 2

الدخول والحساب والتنقل

في هذا الفصل: إنشاء الحساب، والدخول، والتنقل بين أقسام المنصة الثلاثة.



الصورة 1: شريط التنقل والحساب وبداية مختبر الحل

1	اضغط «المتابعة باستخدام Google» إن ظهر، أو أنشئ حسابًا بالبريد الإلكتروني واتبع رابط التفعيل.
2	للدخول بالبريد استخدم نموذج تسجيل الدخول. وإذا نسيت كلمة المرور فاستعدها من «نسيت كلمة المرور».
3	تنقّل بين الأقسام بحسب حاجتك: «مختبر الحل» للحساب، و«التدريب» للمحاولة، و«تقدّمي» للإحصائيات.

تنبيه

تطلب الواجهة عند إنشاء حساب بالبريد عبارة مرور من 15 محرفًا على الأقل. لا تشارك كلمة المرور أو رموز المصادقة أو روابط الاستعادة مع أي أحد.

ما الذي يظهر بعد الدخول؟

ستجد اسم الحساب ورصيد الصور واستحقاق الحل ورابط «تدريباتي والمزامنة». اعتمد الرصيد والتاريخ المعروضين لحسابك، ولا تفترض أن الفترة التجريبية تبدأ يوم تسجيلك.

قد يبقى التدريب والسجل متاحين للحساب النشط الموثق حتى بعد انتهاء استحقاق الحل.

ملاحظة

إذا تأخر تجهيز الدخول، فانتظر الرسالة وتحقق من الحالة قبل إعادة إرسال أي تسجيل أو تغيير. انتهاء المهلة لا يعني أن الطلب لم يصل.

الجزء الثاني

كتابة التعبير الرياضي

اكتب ما تقصده بالضبط، فيفهمه المحرك كما تقصده

الفصل 3

صيغ الإدخال

في هذا الفصل: ثلاث طرق لكتابة التعبير، وجدول يقابل بين صيغة الحاسبة وLaTeX.

صيغة الحاسبة	مصدر LaTeX	المحرر البصري
نص مباشر يفهمه المحرك بوضوح. الأنسب لمعظم المسائل.	لغة العرض الرياضي، وتدعم أوامر محددة فقط.	يبني الكسور والأسس بالقوالب دون حفظ أوامر.

اختر الوضع أولًا، ثم اكتب بالصيغة التي تناسبه.

المطلوب	صيغة الحاسبة	مصدر LaTeX
مربع المتغير	`x**2`	`x^2`
الضرب	`x*2`	`cdot x\2`
كسر	`(x+1)/(x-1)`	`frac{x+1}{x-1}\`
جذر تربيعي	`sqrt(x)`	`sqrt{x}\`
جيب الزاوية	`sin(x)`	`sin(x)\`
الدالة الأسية	`exp(x)`	`e^x`
لوغاريتم طبيعي	`log(x)`	`ln(x)\`
لوغاريتم عشري	`log(x)/log(10)`	`log_{10}(x)\`
باي واللانهاية	`pi / oo`	`pi / \infty\`

أربع قواعد تمنع أخطاء المعنى

1. استخدم `*` للضرب و`**` للأس، وضع وسيط الدالة بين قوسين مثل `sin(x**2)`.
2. احصر البسط والمقام المركبين بالأقواس؛ فالتعبير `(x+1)/(x-1)` يختلف عن `x+1/x-1`.
3. اكتب الكسور العشرية بالنقطة مثل `0.5`، وتجنب فواصل الآلاف داخل التعبير.

4 الدوال المثلثية تعمل بالراديان. لحساب جيب 30 درجة اكتب `sin(30*pi/180)`، ولا تفترض أن زر الدرجة يغيّر نمط الحساب.

تنبيه

في صيغة الحاسبة يعني `log` اللوغاريتم الطبيعي. كتابة `log10` دون التأكد من دعمها قد تغيّر المعنى أو تؤدي إلى رفض الإدخال، لذا استخدم النسبة المبينة في الجدول.

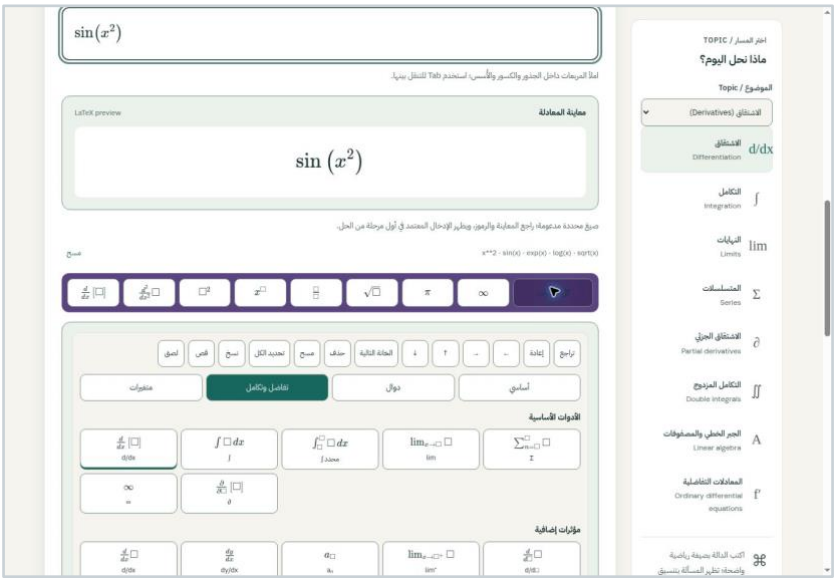
ملاحظة

تتحول الأرقام العربية والفارسية تلقائيًا إلى الأرقام من 0 إلى 9 في الحقول المدعومة. أما كلمات المرور والبريد والمعرّفات فتُحفظ حرفيًا ولا تُعامل مدخلاتٍ رياضية.

الفصل 4

لوحة الرياضيات وأدوات التحرير

في هذا الفصل: كيف تبني التعبير بالقوالب، وتتنقل داخله، وتعدّله بسرعة.



الصورة 2: المعاينة والرموز السريعة وشريط تحرير الرياضيات

1	اضغط «كل الأدوات»، ثم اختر المجموعة: «أساسي» أو «دوال» أو «تفاضل وتكامل» أو «متغيرات».
2	ضع المؤشر في الموضع المطلوب واختر القالب، ثم املأ مربعاته داخل الكسر أو الجذر أو الأس.
3	انتقل بين مواضع القالب بزر «الخانة التالية» أو بمفتاح Tab، وداخل التعبير بالأسهم.
4	راجع المعاينة بعد كل تركيب مؤثر. وانتبه: زر «استخدم التعبير» يبدأ الحساب في المختبر، وقد يبدأ التحقق في التدريب، فلا تضغطه لمجرد إغلاق اللوحة.

أزرار التحرير في لمحة

الزر	وظيفته
تراجع / إعادة	يعكس آخر تعديل، أو يعيده بعد التراجع.
حذف	يمسح المحرف أو العنصر عند المؤشر.
مسح	يفرّغ التعبير كاملًا.
تحديد الكل	يحدد التعبير قبل استبداله.
نسخ / قص / لصق	تعمل كما في أي محرر نصوص.

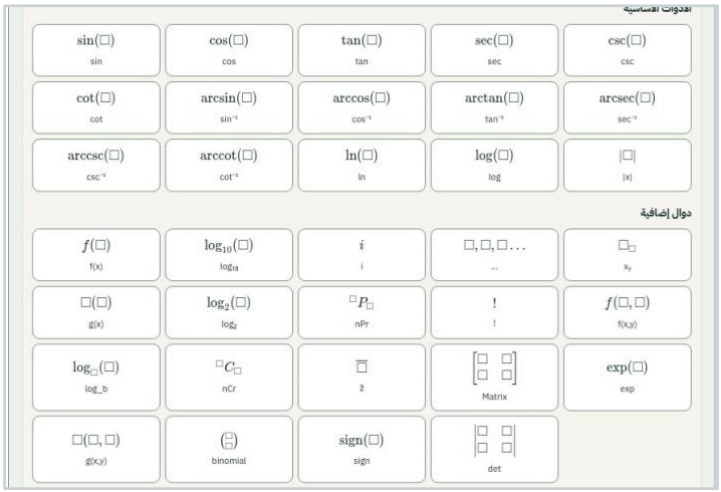
نصيحة

على الهاتف قد تتداخل لوحة الجهاز مع لوحة الرياضيات. استخدم «لوحة الجهاز» أو «إدخال نصي / بصري» عند توفرهما. وإذا لم يعمل المحرر البصري، فانتقل إلى الحقل النصي وراجع صيغة الإدخال.

الفصل 5

أدوات الكسور والأسس والدوال

في هذا الفصل: متى تستخدم كل أداة، وما الأخطاء التي تغيّر المعنى دون أن تنتبه.



الصورة 3: أزرار الدوال الأساسية والدوال الإضافية

الأداة	كيف تستخدمها	مثال بصيغة الحاسبة
كسر	املأ البسط ثم المقام، واجمع الحدود بالأقواس.	`(x+1)/(x**2+1)`
أس أو مربع	أدخل الأس ثم اخرج منه قبل متابعة الكتابة.	`sin(x)**2`
جذر تربيعي	أدخل المقدار كاملًا داخل الجذر.	`sqrt(x+1)`
sin وcos وtan	اكتب الوسيط بين قوسين وبالراديان.	`sin(pi/6)`
دالة عكسية	المعكوس الوظيفي يختلف عن المقلوب.	`asin(x)`
ln وlog₁₀	ميّز الطبيعي من العشري.	`log(x)/log(10)`
قيمة مطلقة	تؤثر في المجال وقابلية الاشتقاق عند بعض النقاط.	`abs(x)`
أسية	ضع الأس كاملًا داخل exp.	`exp(2*x)`

انتبه للفرق	
`sin(x)**2`	مربع جيب الزاوية
`sin(x**2)`	جيب مربع المتغير
`log(x)**2`	مربع اللوغاريتم
`log(x**2)`	لوغاريتم مربع المتغير

ملاحظة

الزر `sin⁻¹` في مجموعة الدوال العكسية يعني `arcsin`، أما مقلوب الجيب فيُكتب `1/sin(x)`. ووجود رموز مثل `i` أو `!` أو `nCr` في اللوحة لا يضمن دعمها في كل مهمة حسابية.

قوالب العمليات واختيار المهمة

في هذا الفصل: ماذا يفعل كل رمز عملية، وما الذي تراجعه قبل الضغط على «احسب».

الرمز	ما يفعله	ما تراجعه قبل الحساب
d/dx	يدرج قالب مشتقة أو يختار عملية الاشتقاق بحسب الزر.	الدالة والمتغير والرتبة.
∫ و∫ محدد	يدرج قالب تكامل، وبعض الأزرار تغيّر المهمة.	المتكامل والتفاضل والحدود.
lim و $\lim^+$ و $\lim^-$	قالب نهاية أو نهاية أحادية الجهة.	نقطة الاقتراب والجهة.
Σ	قالب مجموع.	الحد العام والفهرس والبداية والنهاية.
∂	قالب مشتقة جزئية.	متغير الاشتقاق وتثبيت الباقي.
∬	يختار التكامل المزدوج المتاح.	ترتيب الحدود ونطاق المسار.
مصفوفة	إدخال العناصر أو اختيار عملية مصفوفة.	الأبعاد والعملية المطلوبة.

نصيحة: المسار الأسهل للمبتدئ

اختر الموضوع من القائمة، وأدخل الدالة وحدها، ثم اضبط المتغير والحدود من الحقول المخصصة. بهذا تتجنب خلط مؤثر مشتقة داخل مهمة تكامل، أو كتابة حدود تختلف عما في الحقول.

مثال: بناء كسر بصريًا

1. ضع المؤشر في حقل الإدخال واختر «كسر».
2. اكتب `x+1` في البسط، ثم انتقل بـ«الخانة التالية» إلى المقام واكتب `x-1`.
3. اخرج من الكسر، وتأكد أن المعاينة تعرض البسط والمقام كاملين.

ما تكتبه

```
(x+1)/(x-1)
```

تنبيه: حدود اللوحة

العناصر المعطلة أو الموسومة «لاحقًا» لا تنفذ أي حساب، وبعض الرموز الإضافية للكتابة فقط. ولبعض التكاملات والتحليل المتجهي مسارات متقدمة مستقلة، فلا تستنتج أن كل قالب في اللوحة مدعوم في المختبر العادي.

الجزء الثالث

التدريب العملي على لوحة الرياضيات

تحكّم بالمؤشر والخانات والقوالب، واكتب التعبير كما تقصده تمامًا

الفصل 7

دليل عملي للحاسبة الداخلية

في هذا الفصل: ما المقصود بالحاسبة الداخلية، والحركات الثلاث التي يجب ألا تخلط بينها.

الحاسبة الداخلية هي لوحة كتابة الرياضيات وأزرارها. واختيار الرمز وحده لا يكفي؛ عليك أن تعرف أين المؤشر، وأي خانة ستستقبل الرقم أو الحرف، ومتى تخرج من الكسر أو الأس قبل كتابة الحد التالي.



الصورة 4: شريط الرموز السريعة وأزرار التحرير ومجموعات اللوحة على الهاتف

ثلاث حركات مختلفة

تبديل المجموعة	التنقل داخل المعادلة	تغيير نوع الحساب
«أساسي» أو «دوال» أو «تفاضل وتكامل» أو «متغيرات». يبدّل الأزرار فقط، فلا يمحو التعبير ولا يحسبه.	الأسهم و«الخانة التالية» تحرك المؤشر داخل التعبير، ولا تنقلك إلى صفحة أخرى.	من «الموضوع» أو زر العملية المخصص. فتح تبويب «تفاضل وتكامل» وحده لا يغيّر المهمة.

ملاحظة: المربعات الفارغة

المربع □ موضع فارغ ينتظر أن تملأه. وإذا ظهر المؤشر داخل الأس أو تحت خط الكسر، فكل ما تكتبه بعدها يذهب إلى ذلك الموضع حتى تخرج منه. وتُكتب المعادلة من اليسار إلى اليمين حتى داخل الواجهة العربية.

الفصل 8

الأسهم والخانة التالية ووضع الإدخال

في هذا الفصل: ماذا يفعل كل زر حركة، ومتى تستخدم السهم بدل «الخانة التالية».

الزر	في المحرر البصري	كيف تتأكد
→	ينقل المؤشر إلى الموضع الرياضي التالي، وقد يخرجه من المقام أو الأس عند نهايته.	انظر إلى موضع الخط العمودي قبل كتابة حد جديد.
←	يعود إلى الموضع السابق، وقد يدخل تركيبًا سابقًا.	تأكد أنك تعدّل الرمز المقصود.
↑ و↓	حركة عمودية بحسب البنية، كالانتقال بين البسط والمقام. ولا يضمن كل ضغط انتقالًا موحدًا.	راجع الخانة المضيئة، ويمكنك لمسها مباشرة.
الخانة التالية	ينتقل إلى المربع الفارغ التالي في القالب، وهذا يختلف عن التحرك محرفًا واحدًا.	في الكسر ينقلك من البسط إلى المقام الفارغ.
Tab بالحاسوب	يتنقل بين مواضع القالب في المحرر البصري.	إذا انتقل التركيز إلى زر خارج المعادلة، فأعد التركيز إلى الحقل.

نصيحة: السهم أم الخانة التالية؟

استخدم «الخانة التالية» للوصول إلى مربع لم تملأه بعد. أما بعد إكمال آخر خانة فلا تعتمد عليه للخروج من التركيب؛ اضغط → وراجع المؤشر. وقد تحتاج إلى ضغطات إضافية في القوالب المتداخلة، ويمكنك لمس أي موضع معلوم داخل التعبير لتصحيحه.

المحرر البصري يختلف عن النص

تعليمات المربعات كلها تخص المحرر البصري. ففي حقل النص لا توجد خانات هندسية للكسر أو الأس، ويعرض زر «الخانة التالية» تنبيهًا بأن هذه الحركة متاحة في المحرر البصري فقط. وفي الحقل النصي للمختبر ينقلك ↑ و↓ إلى بداية النص ونهايته، لا بين بسط ومقام.

تنبيه

«تحرير مصدر LaTeX» و«إدخال نصي / بصري» يتعلقان بعرض المصدر والمحرر، أما «صيغة الحاسبة» فوضع إدخال مستقل. لا تخلط بينهما: في صيغة الحاسبة اكتب `(x+1)/(x-1)`، وفي مصدر LaTeX اكتب الأمر الموافق له.

قاعدة عمل قصيرة

1 اختر القالب ◄ 2 اكتب في موضعه ◄ 3 الخانة التالية للمربع الفارغ ◄ 4 اضغط → للخروج ◄ 5 راجع المؤشر وتابع

بناء كسر والخروج من المقام

في هذا الفصل: نكتب كسرًا بأزرار اللوحة، ثم نضيف حدًا خارجه دون أن يتسلل إلى المقام.

ابدأ بحقل بصري فارغ واختر «كل الأدوات». الهدف هو التعبير التالي:

$$(x + 1) / (x - 1) + 2$$

المرحلة	الضغطات بالترتيب	أين تكتب
إدراج الكسر	«أساسي» ثم «كسر».	البسط المحدد أولًا.
كتابة البسط	«متغيرات» ثم x، ثم «أساسي» ثم جمع ثم 1.	داخل البسط فقط.
بدء المقام	«الخانة التالية».	المقام الفارغ.
كتابة المقام	«متغيرات» ثم x، ثم «أساسي» ثم طرح ثم 1.	داخل المقام.
الخروج من الكسر	→ بعد آخر رمز في المقام.	خارج الكسر وعلى سطره الرئيسي.
إضافة الحد	جمع ثم 2 من «أساسي».	يمين الكسر كاملًا.

كيف تبدو الشاشة في كل مرحلة



الصورة 5: بعد كتابة البسط x+1 في الأعلى، والمقام ما زال فارغًا



الصورة 6: اكتمل المقام x−1، والمؤشر ما زال عند نهايته



الصورة 7: ظهر الحد الجديد +2 خارج الكسر بعد الضغط على السهم ثم جمع ثم 2

تنبيه

إذا كتبت +2 قبل الخروج فستدخل في المقام. اضغط «تراجع» حتى تعود إلى الحالة الصحيحة، ثم ضع المؤشر عند نهاية المقام واضغط → قبل إعادة كتابة +2. وظهور مربع أو عبارة placeholder في المعاينة يعني أن القالب لم يكتمل، فلا تحسبه بهذه الحالة.

الفصل 10

بناء الأس والجذر دون أخطاء

في هذا الفصل: مثالان يعلّمانك الخروج من الأس ومن الجذر قبل إضافة حد جديد.

الأس ثم حد خارجه

الهدف هو x^2+1، وليس x مرفوعًا إلى 2+1. ابدأ بحقل بصري فارغ:

1. اختر «متغيرات» ثم x.
2. اختر «أساسي» ثم زر «أس»، فيظهر مربع أعلى المتغير.
3. اضغط 2 من «أساسي». أنت الآن داخل خانة الأس وقيمتها 2.
4. اضغط → للخروج من الأس، ثم جمع ثم 1. وتأكد أن +1 على السطر الرئيسي.

النتيجة

$$x^2 + 1$$

نصيحة

إذا ظهر +1 أعلى x داخل الأس فالمؤشر لم يخرج بعد. تراجع عن الإضافة، ثم انتقل يمينًا حتى يعود المؤشر إلى السطر الرئيسي. وزر «مربع» اختصار للأس 2، أما «أس» فيتيح لك اختيار أي أس آخر.

الجذر ثم حد خارجه

1. من «أساسي» اختر «جذر تربيعي»، واكتب داخله x+1: الحرف x من «متغيرات»، ثم جمع و1 من «أساسي».
2. عند نهاية المقدار داخل الجذر اضغط →، ثم جمع ثم 2.
3. تأكد أن خط الجذر يغطي x+1 فقط، وأن +2 يقع خارجه.

ما تكتبه	`sqrt(x+1)+2` المكافئ بصيغة الحاسبة
النتيجة المتوقعة	$\sqrt{(x + 1)} + 2$

موضع الحد يغيّر المسألة	
`sqrt(x+1)+2`	الحد 2 خارج الجذر (المطلوب)

`sqrt(x+1+2)`	الحد 2 داخل الجذر، فتتغير المسألة

> **ملاحظة**
>
> إذا بنيت كسرًا داخل جذر، أو أسًا داخل كسر، فقد تحتاج إلى الخروج من أكثر من مستوى. راجع نطاق خط الجذر والكسر وموضع الأس بعد كل حركة.

الفصل 11

كتابة الدوال والتنقل داخل الأقواس

في هذا الفصل: الفرق العملي بين جيب مربع المتغير ومربع الجيب، واختيار الدالة الصحيحة.

جيب مربع المتغير: $\sin(x^2)$

1	ابدأ من حقل فارغ، واختر «دوال» ثم sin. يصبح موضع الكتابة داخل القوس.
2	اختر «متغيرات» ثم x. تبديل التبويب لا يمحو القوس ولا يغيّر موضع الإدخال.
3	اختر «أساسي» ثم «أس» ثم 2.
4	اضغط → للخروج من الأس وراجع المؤشر. وللكتابة خارج sin تابع الضغط على → حتى يصبح المؤشر بعد القوس الخارجي.

النتيجة

$\sin(x^2)$

مربع الجيب: $\sin^2(x)$

هذا مطلب مختلف. أكمل sin(x) أولًا، واخرج من القوس إلى يمينه، ثم أضف الأس 2 إلى التعبير المكتمل. وتأكد أن المعاينة تعرض مربع قيمة الجيب كلها.

النتيجة

$(\sin(x))^2$

إذا التبس موضع المؤشر، فالإدخال النصي يحسم الفرق	
`sin(x**2)`	جيب مربع المتغير
`sin(x)**2`	مربع الجيب

اختيار الدالة دون الخلط بين معانيها

المطلوب	الزر أو الصيغة	التنبيه
لوغاريتم طبيعي	ln، وفي صيغة الحاسبة `log(x)`.	لا تضع x خارج قوس الدالة.
لوغاريتم عشري	$\log_{10}$، وفي صيغة الحاسبة `log(x)/log(10)`.	راجع المعاينة والدلالة.
عكس الجيب	معكوس sin أو arcsin.	يختلف عن مقلوب دالة الجيب.

تنبيه

الزوايا بالراديان، ووجود الرمز ° لا يحوّل الحسابات كلها إلى الدرجات. املأ الوسيط كاملًا، ولا تضغط «استخدم التعبير» قبل اكتمال القوس والخانات.

إدخال التكامل من أزرار القالب

في هذا الفصل: طريقتان لإدخال التكامل: المباشرة الأسهل، والبصرية بقالب كامل.

الطريقة المباشرة (للمبتدئ)	الطريقة البصرية
اختر موضوع «التكامل»، واكتب الدالة فقط، وحدد المتغير. وللمحدد فعّل «تكامل محدد» وأدخل الحدين في حقليهما. لا حاجة إلى ∫ أو dx.	تبني التكامل كاملًا بقالب يضم الحدين والدالة والتفاضل، كما في المثال التالي.

مثال: تكامل x من 0 إلى 1 بالقالب

ابدأ بحقل بصري فارغ، ثم افتح «تفاضل وتكامل» واختر «تكامل محدد» من الأدوات الأساسية.

1. يضم القالب حدًا سفليًا وحدًا علويًا وموضعًا للدالة. ابدأ بالمربع المحدد في الحد السفلي واضغط 0 من «أساسي».
2. اضغط «الخانة التالية» للانتقال إلى الحد العلوي، ثم اضغط 1.
3. اضغط «الخانة التالية» مرة أخرى للوصول إلى موضع الدالة، ثم «متغيرات» ثم x.
4. تأكد أن التفاضل dx موجود في القالب، ولا تضغط dx مرة أخرى لمجرد ظهوره في اللوحة.
5. قبل الحساب راجع أن العملية «التكامل»، والمتغير x، والحدين 0 و1، ثم اطلب الحساب بعد اكتمال الخانات.

النتيجة

$$\int_0^1 x\,dx = 1/2$$

ملاحظة

ترتيب الخانات في التجربة البصرية: السفلي ثم العلوي ثم الدالة. وإذا انتقلت إلى موضع آخر باللمس، فاتبع المربع المحدد فعلًا بدل الضغط الآلي على الرقم التالي.

ماذا يعني dx وثابت التكامل؟

dx تفاضل يحدد متغير التكامل، وليس زرًا للانتقال إلى خانة جديدة. أما +C فثابت يُكتب مع الدالة الأصلية غير المحددة أو في الإجابة التدريبية، فلا تضفه إلى الدالة المراد تكاملها لمجرد أن المهمة تكامل.

تنبيه

لا تخلط بين الدالة الأصلية والتكامل المحدد؛ فالناتج في المثال 2/1 ولا يحتاج إلى C. وعند إدخال قالب كامل راجع العملية والحدود المعتمدة في أول خطوة، ولا تجمع بين قالب وحدود متعارضة.

الفصل 13

المشتقة والنهاية والمجموع من القوالب

في هذا الفصل: ترتيب ملء كل قالب، والفرق بين أزرار الإدراج وأزرار العمليات.

القالب	املأه بهذا الترتيب	ماذا تراجع
مشتقة بالنسبة إلى x	الدالة داخل مربع القوس.	المتغير x ورتبة الاشتقاق في المهمة.
نهاية	نقطة الاقتراب، ثم تعبير الدالة.	الجهة والمتغير قبل الحساب.
مجموع	بداية الفهرس، ثم نهايته، ثم الحد العام.	لا تكتب Σ مرة أخرى داخل الحد العام.
مشتقة جزئية	متغير الاشتقاق، ثم الدالة.	تثبيت بقية المتغيرات ونوع المشتقة.

مثال: نهاية خطوة بخطوة

1. اختر «نهاية» من «تفاضل وتكامل»، واملأ نقطة الاقتراب بالعدد 0.
2. انتقل إلى خانة الدالة بـ«الخانة التالية»، وأدخل sin(x)/x بقالب كسر: sin(x) في البسط وx في المقام.
3. تأكد أن النهاية عند 0 لا عند قيمة أخرى، ثم راجع الجهة في الحقل المخصص.

النتيجة

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

ثلاث مجموعات متشابهة في الشكل

«الأدوات الأساسية» و«مؤثرات إضافية» تدرجان في الغالب رموزًا أو قوالب عند المؤشر. أما «قوالب العمليات: على الدالة المكتوبة» فأزرار إجراءات تغيّر المهمة أو الرتبة مع الاحتفاظ بالدالة، وليست زخارف للمعادلة.

نصيحة: مثال

إذا كتبت `x**4` ثم ضغطت زر العملية d^2/dx^2، فتأكد أن الموضوع أصبح «الاشتقاق» والرتبة 2. أما إدراج قالب مشتقة عند المؤشر داخل تعبير قائم فقد يصنع تعبيرًا متداخلًا مختلفًا.

ملاحظة

الأزرار dy/dx وy' وd^2y/dx^2 وa_n تدوين رياضي، ولا تحدد وحدها شروط المسألة. وإضاءة رمز باللون الأخضر لا تعني أن الحساب اكتمل أو أن المعادلة حُلّت.

الفصل 14

الأزرار الإضافية وما الذي تنفذه

في هذا الفصل: الأزرار أسفل اللوحة: وظيفة كل منها، والخطأ الشائع في استعماله.



الصورة 8: الأزرار الإضافية أسفل لوحة الرياضيات

الزر	وظيفته الفعلية	تنبيه عند الاستخدام
الحروف abc	يفتح مجموعة المتغيرات والحروف.	لا يحوّل المهمة إلى جبر.
آخر المسائل	يعرض تعبيرات حديثة مسجلة، والضغط على أحدها يعيده إلى الحقل.	ليس نسخة احتياطية ولا استعادة تلقائية لكل مسودة.
استخدم التعبير ↵	يبدأ الحساب في المختبر، وقد يطلق التحقق من الخطوة أو الإجابة في التدريب.	لا تستعمله لمجرد إغلاق اللوحة.
لوحة الجهاز	يُظهر لوحة كتابة الجهاز للحقل البصري أو يخفيها.	لا يغيّر معنى العملية.
إدخال نصي / بصري	يبدّل وسيلة التحرير أو ينقل إلى وضع LaTeX المناسب.	ليس اسمًا آخر لصيغة الحاسبة.
الترتيب الافتراضي الكامل	يعرض الترتيب الأساسي الكامل ويوقف إبراز الاختصارات الموضوعية.	لا يمحو التعبير ولا يعيده إلى البداية.
استعادة التعبير السابق	يسترجع مسودة حُفظت عند استبدال التعبير بقالب مصفوفة، إن وُجدت.	ليس بديلًا عامًا لزر التراجع.

نصيحة: إغلاق اللوحة بأمان

لإغلاق لوحة المختبر استخدم «إغلاق الأدوات» أو طريقة الإغلاق المتاحة، أو زر فتح اللوحة إن كان يعمل مبدّلًا. واقرأ الرسالة التي تظهر بعد كل إجراء. أما الأزرار المعطلة أو الموسومة «لاحقًا» فلا تضيف أي دعم حسابي.

الفصل 15

تصحيح الأخطاء وتمارين على حركة المؤشر

في هذا الفصل: جدول سريع لتشخيص أخطاء الكتابة، وأربعة تمارين قبل أن تبدأ الحساب.

ما تراه	السبب المحتمل	ما تفعله
+2 ظهر داخل المقام	لم تخرج من خانة المقام.	تراجع عن الإضافة، ثم اضغط → عند النهاية وأعد كتابتها.
+1 ظهر في الأس	المؤشر ما زال أعلى السطر.	اخرج من الأس بـ→ قبل إضافة الحد.
رمز جديد داخل الجذر	المؤشر ما زال داخل نطاق الجذر.	راجع موضع المؤشر واخرج قبل المتابعة.
بقي مربع فارغ	إحدى خانات القالب لم تُملأ.	انتقل إليه واملأه، أو احذف القالب الزائد.
زر الخانة التالية لا يعمل	أنت في حقل نصي، أو لا توجد خانة فارغة تالية.	راجع وضع الإدخال، واستعمل الأسهم أو اللمس.
تغيّرت الأزرار بعد اختيار الموضوع	اللوحة تبرز الأدوات المناسبة للمهمة.	اختر المجموعة المطلوبة أو الترتيب الكامل.
التراجع لا يعيد حلًا قديمًا	زر التراجع مخصص لتحرير النص الحالي.	راجع سجل التدريب أو «آخر المسائل».

تدرّب على الكتابة قبل الحساب

1. اكتب كسرًا بسطه x+1 ومقامه x-1، ثم أضف 2 خارجه، وتحقق من موضع الإضافة.
2. اكتب x مرفوعًا إلى 3، ثم أضف 4 خارج الأس، وتأكد أن الأس هو 3 فقط.
3. اكتب `sqrt(x+1)+2`، ثم $\sin(x^2)$، ثم $\sin^2(x)$، وقارن نطاق كل تركيب.
4. اكتب قالب تكامل من 0 إلى 1 للدالة x مع dx واحد فقط، وراجع الخانات كلها قبل الحساب.

قبل الضغط على الحساب أو التحقق

- ✓ الحقل النشط هو حقل المسألة أو الخطوة المقصودة.
- ✓ لا توجد خانات فارغة في أي قالب.
- ✓ نوع المهمة والمتغير والحدود صحيحة.

ملاحظة

قد يتطلب النسخ واللصق إذنًا من المتصفح؛ فإن رفض زر اللصق، فاستخدم الضغط المطوّل وقائمة الجهاز. وهذه التمارين لتعلم التحرير فقط، فلا يلزم إرسالها إلى الحساب أو التدريب. وقبل «مسح» أي مثال تأكد من الحقل المستهدف ومن إمكانية التراجع.

الجزء الرابع

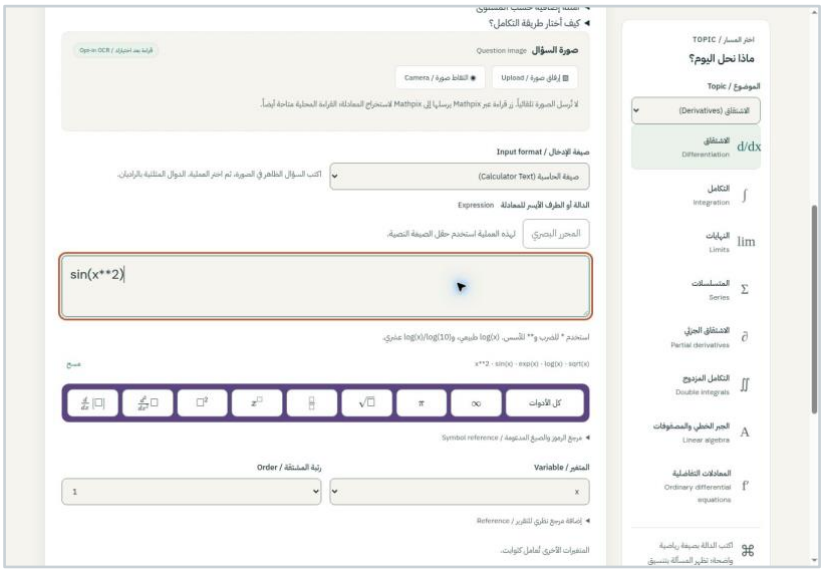
مهام الحل خطوة بخطوة

تسع مهام، لكل منها مثال تكتبه ونتيجة تتوقعها وتفسير يشرح السبب

الفصل 16

الاشتقاق والرتب العليا

في هذا الفصل: مشتقة دالة مركبة، ثم مشتقة من الرتبة الثانية.



الصورة 9: المتغير ورتبة المشتقة وزر الحساب

1. اختر «الاشتقاق» ثم «صيغة الحاسبة».
2. أدخل الدالة، واختر المتغير `x` والرتبة `1`، ثم اضغط «احسب الآن».
3. راجع تطبيق قاعدة السلسلة في الخطوات المعروضة.

ما تكتبه	`sin(x**2)`
النتيجة المتوقعة	$d/dx\ \sin(x^2) = 2x\ \cos(x^2)$

لماذا هذه النتيجة؟

الدالة الخارجية `sin` ومشتقتها `cos`، والداخلية `x²` ومشتقتها `2x`. وحسب قاعدة السلسلة نضرب مشتقة الخارجية في مشتقة الداخلية.

مثال ثانٍ: الرتبة الثانية

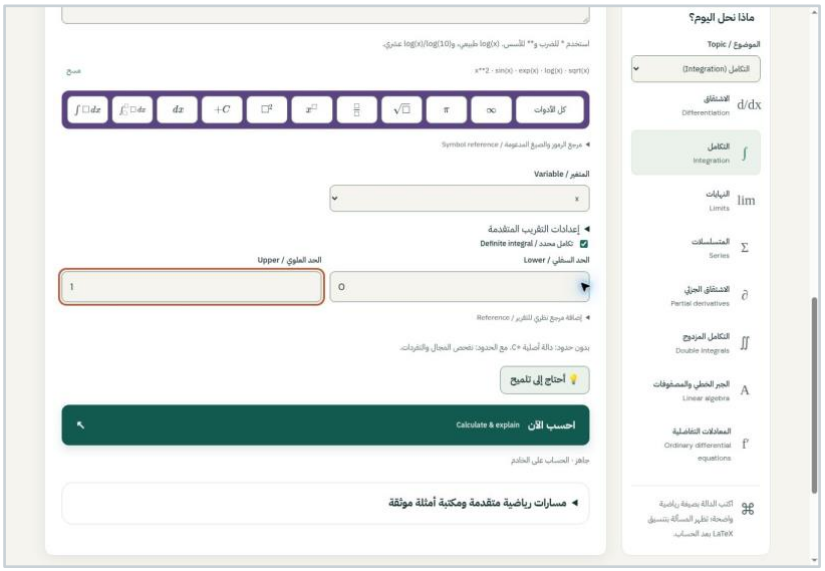
ما تكتبه	**x**4** الرتبة: 2
النتيجة المتوقعة	$d/dx\ x^4 = 4x^3$ $d^2/dx^2\ x^4 = 12x^2$

ملاحظة

الرتبة 2 تعني الاشتقاق مرتين، وليست تربيع المشتقة الأولى. وعند اختيار متغير آخر تُعامل بقية المتغيرات ثوابت. أما صلاحية الاشتقاق عند نقطة بعينها فتحتاج إلى فحص المجال والانتظام.

التكامل المحدد وغير المحدد

في هذا الفصل: الدالة الأصلية أولًا، ثم القيمة على فترة محددة.



الصورة 10: تفعيل التكامل المحدد وإدخال الحدين السفلي والعلوي

1. اختر «التكامل» ثم «صيغة الحاسبة»، وأدخل `x*exp(x)`، واختر المتغير `x`.
2. للدالة الأصلية اترك «تكامل محدد» غير مفعّل. وللحساب من 0 إلى 1 فعّله، واكتب `0` في الحد السفلي و`1` في العلوي.
3. اضغط «احسب الآن»، ثم اقرأ المجال وطريقة الحل والتحقق قبل اعتماد الناتج.

ما تكتبه	`x*exp(x)`
النتيجة المتوقعة	$\int x\,e^{x}\,dx = (x-1)e^{x} + C$ $\int_{0}^{1} x\,e^{x}\,dx = 1$

لماذا هذه النتيجة؟

ثابت التكامل `C` لازم في التكامل غير المحدد. أما في المحدد فنحسب فرق قيمتي الدالة الأصلية عند الحدين، بعد فحص المجال والتقارب. وإذا وُجد تفرد داخل الفترة فلا يجوز التعويض عبره مباشرة.

تنبيه

إعداد «رتبة التقريب المتقدم N» يخص مسارًا بديلًا عند الحاجة. هو ليس عدد المنازل العشرية ولا ضمانًا لحجم الخطأ. ولا تقبل قيمة عددية مفردة جوابًا لتكامل غير محدد.

مثال كامل: التكامل بالتجزئة

في هذا الفصل: نجد دالة أصلية لـ $x\,e^x$، ونفهم سبب كل خطوة، ثم نقارن بما يعرضه المحرك.

أولًا: لماذا التجزئة؟

أمامنا حاصل ضرب كثير حدود في دالة أسية. الاشتقاق يبسّط x إلى 1، بينما يبقى تكامل e^x هو e^x نفسه. لذلك تناسب التجزئة هذه المسألة.

> **ملاحظة**
>
> قاعدة LIATE إرشاد لاختيار u، ولا تضمن وحدها نجاح الطريقة.

ثانيًا: القاعدة وشروطها

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

تُطبَّق القاعدة على فترة تكون فيها الدوال والتحويلات معرّفة. والدالة هنا مستمرة على جميع الأعداد الحقيقية.

ثالثًا: الحل

1. نختار $u = x$ و$dv = e^x\,dx$، فيكون $du = dx$ و$v = e^x$.
2. نعوّض في القاعدة: $\int x\,e^x\,dx = x\,e^x - \int e^x\,dx$
3. نكامل الحد المتبقي ونجمع الحدود المتشابهة.

النتيجة

$$\int x\,e^x\,dx = x\,e^x - e^x + C = (x-1)e^x + C$$

رابعًا: تحقّق بنفسك

$$\frac{d}{dx}\left[(x-1)e^x\right] = e^x + (x-1)e^x = x\,e^x$$

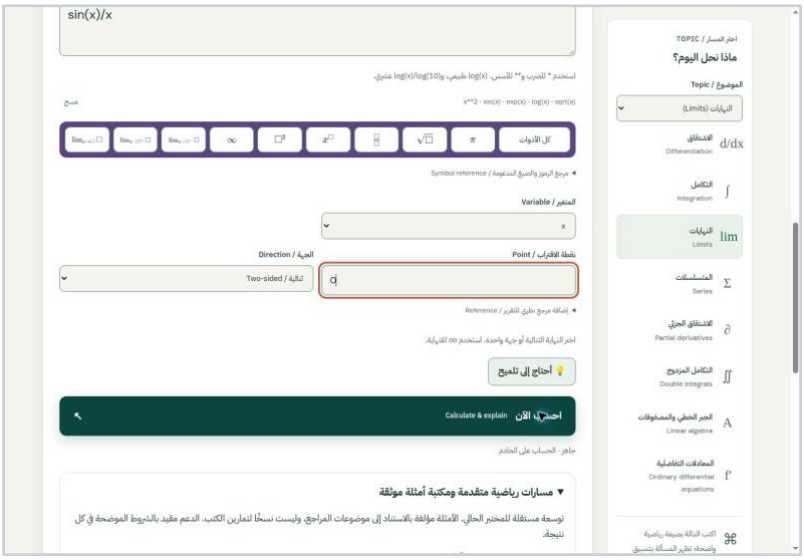
إذن الدالة الأصلية صحيحة على $\mathbb{R}$. وعند التكامل من 0 إلى 1 تكون قيمتها عند 1 صفرًا، وعند 0 تساوي -1، فيكون الفرق 1.

> **نصيحة: إذا عرضت المنصة خطوات أقل**
>
> افتح «عرض جميع الخطوات». فإن بقي تنبيه «شرح جزئي» فهو يصف ما ولّده المسار فعلًا. نجاح النتيجة لا يعني أن كل التحويلات التعليمية عُرضت، فاحتفظ بالتنبيه في التقرير ولا تفترض خطوات غير ظاهرة.

الفصل 19

النهايات وجهة الاقتراب

في هذا الفصل: نهاية مشهورة، ثم مثال يوضح لماذا تهم جهة الاقتراب.



الصورة 11: نقطة الاقتراب والجهة في مهمة النهاية

1. اختر «النهايات» و«صيغة الحاسبة»، ثم أدخل التعبير.
2. اختر المتغير `x` ونقطة الاقتراب `0` والجهة «ثنائية»، ثم احسب واقرأ مبرر النتيجة.

ما تكتبه	`sin(x)/x`
النتيجة المتوقعة	$\lim_{x\to 0} \sin(x)/x = 1$

لماذا هذه النتيجة؟

عدم تعريف التعبير عند `x = 0` لا يمنع وجود النهاية؛ فالنهاية تصف السلوك قرب النقطة، ولا تساوي بالضرورة قيمة الدالة عندها.

مثال على أهمية الجهة

ما تكتبه	`x/1`

عند الصفر تتجه القيم من اليمين إلى +∞، ومن اليسار إلى −∞؛ لذلك لا توجد نهاية ثنائية واحدة. اختر الجهة المناسبة من القائمة بدل الاكتفاء بتغيير إشارة نقطة الاقتراب.

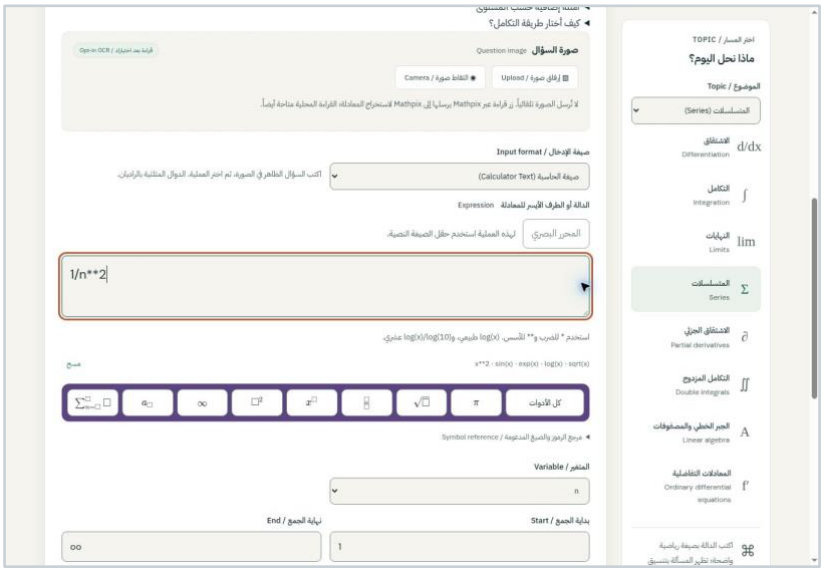
نصيحة

للانهاية اكتب `oo` أو `-oo` في نقطة الاقتراب حيث يدعم الحقل ذلك. وفي المسارات المتقدمة قد يُطلب منك كتابة `both` أو `+` أو `-` بدل الاختيار من القائمة.

الفصل 20

المجاميع والمتسلسلات

في هذا الفصل: متسلسلة لا نهائية متقاربة، ومجموع منتهٍ للمقارنة.



الصورة 12: فهرس الجمع وبدايته ونهايته

1. اختر «المتسلسلات» و«صيغة الحاسبة»، وأدخل الحد العام.
2. اختر المتغير `n`، والبداية `1`، والنهاية `oo`، ثم اطلب الحساب.

ما تكتبه	**`n**2/1`**
النتيجة المتوقعة	$\Sigma\ (n=1 \to \infty)\ 1/n^2 = \pi^2/6$

لماذا هذه النتيجة؟

هذه متسلسلة p حيث $p = 2 > 1$، فهي متقاربة. ولا تخلط بين إثبات التقارب وإيجاد المجموع؛ فقد يُحسم أحدهما دون الآخر.

مجموع منتهٍ مقابل متسلسلة لا نهائية

أدخل `n` بالبداية `1` والنهاية `10` لتحصل على مجموع منتهٍ قيمته 55. أما النهاية `oo` فتعني مجموعًا لا نهائيًا يستلزم فحص التقارب.

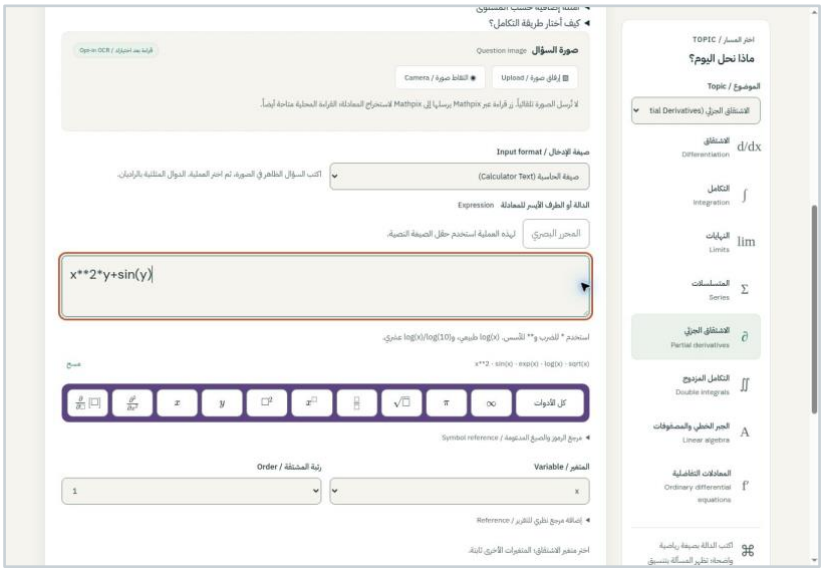
تنبيه

لا تكتب رمز Σ كاملًا في الحد العام ما دمت تستعمل حقلي البداية والنهاية. ولا تبدأ بحد مقامه صفر. ولمتسلسلات تايلور ومجال تقارب متسلسلة القوى مسارات مستقلة في القسم المتقدم.

الفصل 21

الاشتقاق الجزئي

في هذا الفصل: اشتقاق دالة بمتغيرين بالنسبة إلى كل متغير على حدة.



الصورة 13: اختيار متغير الاشتقاق الجزئي ورتبته

1. اختر «الاشتقاق الجزئي» و«صيغة الحاسبة»، ثم أدخل التعبير.
2. اختر x والرتبة 1؛ سيُعامل y ثابتًا أثناء الاشتقاق.
3. لإعادة التجربة بالنسبة إلى y، غيّر المتغير إلى y واحسب من جديد.

ما تكتبه	`x**2*y+sin(y)`
النتيجة المتوقعة	$f/\partial x = 2xy\partial$ $f/\partial y = x^2 + \cos(y)\partial$

ملاحظة

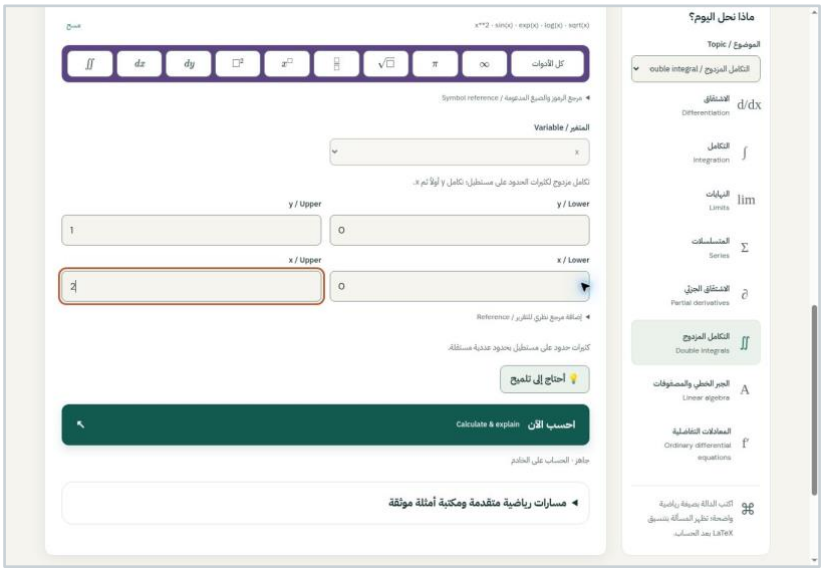
الرتبة 2 مع المتغير x تعني تكرار الاشتقاق بالنسبة إلى x، وليست مشتقة مختلطة بالنسبة إلى x وy. وللسلسلة متعددة المتغيرات والمشتقة الاتجاهية مسارات تدعمها صراحة.

إيجاد النقاط الحرجة وتطبيق لاغرانج أوسع من حساب مشتقة جزئية واحدة؛ فهما يتطلبان حل شروط السكون وفحص القيود وتصنيف النقاط.

الفصل 22

التكامل المزدوج على مستطيل

في هذا الفصل: تكامل متكرر بحدود عددية: الداخلي على y ثم الخارجي على x.



الصورة 14: حدود y الداخلية وحدود x الخارجية

1	اختر «التكامل المزدوج» و«صيغة الحاسبة»، ثم أدخل `x*y`.
2	اجعل حدود y من `0` إلى `1`، وحدود x من `0` إلى `2`. يكامل المسار العادي y أولًا ثم x.
3	احسب واقرأ الخطوات، مع التأكد من ترتيب الحدود.

ما تكتبه	**x*y**
النتيجة المتوقعة	$\int_0^2 \int_0^1 xy \, dy \, dx = \int_0^2 x/2 \, dx = 1$

لماذا هذه النتيجة؟

في التكامل الداخلي يكون x ثابتًا، فتكامل xy بالنسبة إلى y هو $xy^2/2$. وبعد التعويض بحدود y نحصل على x/2، ثم نكامل بالنسبة إلى x.

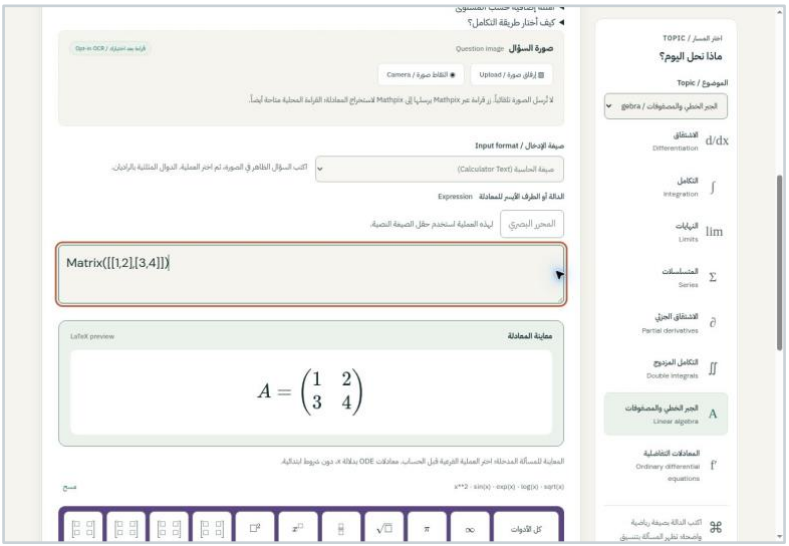
تنبيه

هذا المسار مخصص لكثيرات الحدود على مستطيل بحدود عددية مستقلة. لا تُدخل حدًا مثل y = x متوقعًا أن تتحول المنطقة إلى مثلث؛ استخدم لذلك «تكامل متكرر بحدود متغيرة» في القسم المتقدم.

الفصل 23

المصفوفات وعملياتها

في هذا الفصل: المحدد والمعكوس والقيم الذاتية لمصفوفة صغيرة.



الصورة 15: كتابة المصفوفة ومعاينة صفوفها وأعمدتها

1. اختر «الجبر الخطي والمصفوفات»، وأدخل المصفوفة بإحدى الصيغتين في الأسفل. كل قائمة داخلية تمثل صفًا.
2. اختر «المحدد» أو «المعكوس» من «عملية المصفوفة»، ثم احسب.

ما تكتبه

```
Matrix([[1,2],[3,4]])
```

أو اختصارًا: `[[1,2],[3,4]]`

النتيجة المتوقعة

$$A = [1\ 2\ ;\ 3\ 4]$$

$$\det(A) = 1\times4 - 2\times3 = -2$$

$$A^{-1} = [-2\ \ 1\ ;\ 3/2\ \ -1/2]$$

لماذا هذه النتيجة؟

وجود المعكوس يتطلب محددًا غير صفري. وللتحقق اضرب A في A^{-1} لتحصل على مصفوفة الوحدة. الفاصلة المنقوطة في النتيجة تفصل الصفوف للتوضيح فقط، أما الإدخال الفعلي فبالقوائم.

مثال القيم الذاتية

ما تكتبه	`[[0,3],[2,0]]` العملية: القيم الذاتية
النتيجة المتوقعة	$\lambda_1 = 2\ ,\ \lambda_2 = 3$

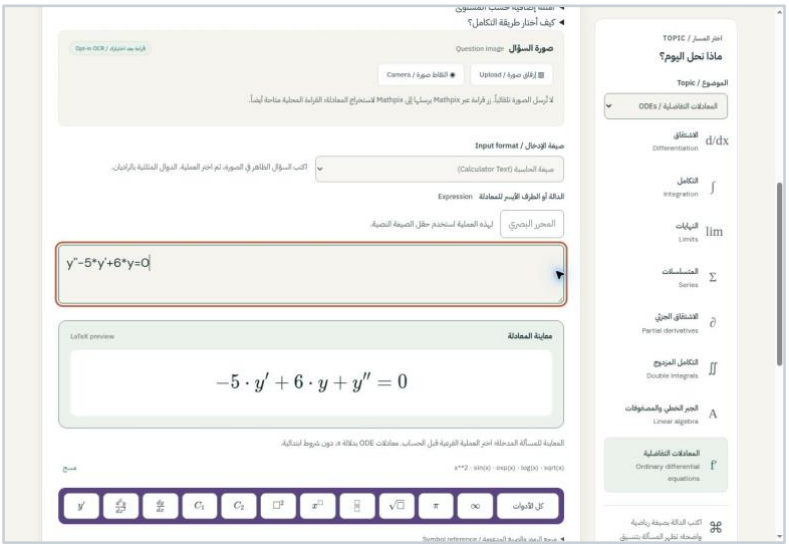
ملاحظة

يدعم المسار المحدد والمعكوس للمصفوفات العددية المربعة من 2×2 إلى 4×4، والقيم الذاتية للحالة الحقيقية 2×2. ووجود قالب Matrix لا يعني دعم كل عمليات الجبر الخطي.

الفصل 24

المعادلات التفاضلية العادية

في هذا الفصل: معادلة خطية متجانسة بمعاملات ثابتة وحلها العام.



الصورة 16: كتابة المعادلة التفاضلية بصيغة نصية

1. اختر «المعادلات التفاضلية»، وأدخل المعادلة النصية كاملة.
2. المتغير المستقل هو `x`. اطلب الحساب، ثم اقرأ شكل الحل والتحقق وحدود الدعم.

ما تكتبه	`y''-5*y'+6*y=0`
النتيجة المتوقعة	$r^2 - 5r + 6 = (r - 2)(r - 3) = 0$ $y(x) = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$

لماذا هذه النتيجة؟

المعادلة خطية متجانسة ذات معاملات ثابتة، وجذرا معادلتها المميزة 2 و3 يعطيان الحل العام. الثابتان مستقلان، ولا يمكن تعيينهما دون شرطين مستقلين مناسبين.

ملاحظة

تقبل الواجهة أيضًا أمثلة مثل `dy/dx = x/y`، وصيغًا موسعة من نمط `diff(f(x),x)`. لكن المسار لا يغطي كل معادلة تفاضلية، ولا يوفر حقولًا عامة للشروط الابتدائية.

الجزء الخامس

فهم النتائج والإدخال بالصور

اقرأ ما وراء الرقم، واجعل الكاميرا تكتب عنك

الفصل 25

قراءة النتيجة والخطوات والرسم

في هذا الفصل: ترتيب القراءة الصحيح، ومعنى حالات التحقق، وحدود الرسم.

ترتيب القراءة المقترح

1	◄	2	◄	3	◄	4	◄	5
النتيجة النهائية		المجال والافتراضات		التنبيهات		الطريقة والتحقق		الخطوات

افتح «الطريقة ومعاييرها» أو «التحقق المسجل في المحرك» عند ظهورهما، واستخدم «عرض جميع الخطوات» أو زري «التالي» و«السابق» للتنقل.

حالات التحقق: ماذا تعني كل علامة؟

تحقق رمزي	توافق رمزي ضمن الشروط والفروع المذكورة.
تحقق تحليلي	استنتاج يستند إلى حجة أو شرط رياضي موضّح.
دعم عددي فقط	مقارنة عددية مساعدة، ولا تساوي برهانًا عامًا.
غير محسوم	الأدلة المتاحة لا تكفي لاعتماد الاستنتاج.

النتيجة الدقيقة والتقريب العددي

قد تبقى النتيجة الدقيقة مكتوبة بدالة خاصة. وتعثّر الحل الرمزي لا يثبت عدم وجود دالة أصلية أولية. وفي التكامل المحدد قد يُستخدم المسار العددي بعد فحص المجال والتقارب.

اقرأ الدقة الداخلية والسماحية وتقدير الخطأ وعدد المنازل المعروضة متى توفرت. تقدير الخطأ يخص القيمة قبل تقريب العرض، ولا يصبح حدًا مضمونًا إلا بدليل مناسب. وإذا تعذّر اعتماد القيمة فتلك نتيجة صريحة، لا خطأ يجب إخفاؤه.

كيف تقرأ الرسم

يظهر الرسم حين يوفر المحرك بيانات له. راجع وسيلة الإيضاح: قد يمثل الخط المتصل الدالة، والمتقطع المشتقة أو الدالة الأصلية بحسب المسألة. ويتحكم خيار «المشتقة» بعرضها حين يكون متاحًا.

تنبيه

الرسم العادي عيّني ومحدود النطاق، فاقرأ التحذير أسفله. قد لا يكشف كل التفردات ولا السلوك عند اللانهاية، ولا يمثل مساحة التكامل تلقائيًا. ولا توجد واجهة شاملة للرسوم ثلاثية الأبعاد، وغياب الرسم وحده ليس خطأً في الحل.

نصيحة: مثال للتفسير

في مشتقة `sin(x²)` الناتج `2x cos(x²)` دالة وليس رقمًا؛ ولمعرفة الميل عند نقطة عوّض بقيمتها بعد فحص المجال. وفي مثال التكامل من 0 إلى 1، العدد 1 نتيجة تكامل محدد فلا يحتاج إلى C.

الفصل 26

قراءة المسائل من الصور

في هذا الفصل: صوّر المسألة، وراجع ما قرأه النظام، ثم احسب.



الصورة 17: أزرار إرفاق الصورة والتقاطها والتنبيه قبل الإرسال

1	اضغط «إرفاق صورة» أو «التقاط صورة» بحسب جهازك، واحرص على سؤال واحد واضح في الصورة.
2	راجع الصورة واستخدم التكبير والقص إن ظهرا، دون أن تقطع الأسس أو الحدود أو التفاضلات.
3	اضغط «قراءة عبر Mathpix». عندها فقط تُرسل الصورة عبر خادم المنصة إلى Mathpix؛ فمجرد اختيارها لا يرسلها.
4	راجع النص المستخرج حرفًا حرفًا، وصحح الأسس والإشارات والكسور والمتغيرات والحدود.
5	اضغط «إدراج المعادلة للمراجعة»، وتحقق من المعاينة، ثم اختر المهمة والمتغير والرتبة أو الحدود.
6	اضغط «احسب الآن»، ثم افحص الناتج وشروطه.

أخطاء قراءة شائعة تغيّر المسألة	
`sin(x)**2` ≠ `sin(x**2)`	الأس على الجيب في الأول، وعلى المتغير في الثاني
`l` ≠ `1`	الرقم واحد والحرف اللاتيني
`O` ≠ `0`	الصفر والحرف O
`_` ≠ `-`	الإشارة السالبة وخط الكسر

الرصيد والخصوصية

اعتمد رصيد الصور والحد الشهري المعروضين لحسابك. وإذا انتهت مهلة القراءة فتحقق من الرسالة والرصيد قبل التكرار. ويبقى الإدخال اليدوي متاحًا ما دام استحقاق الحل ساريًا.

تتوفر أيضًا قراءة محلية تجريبية للنص المطبوع الخطي، وقد تحتاج إلى تنزيل مكوّن القراءة. أداؤها أضعف مع الكسور المركبة والكتابة اليدوية.

تنبيه

لا ترفع بيانات شخصية لا يحتاجها السؤال. وحذف الصورة من الواجهة لا يسترجع ما أُرسل سابقًا.

الجزء السادس

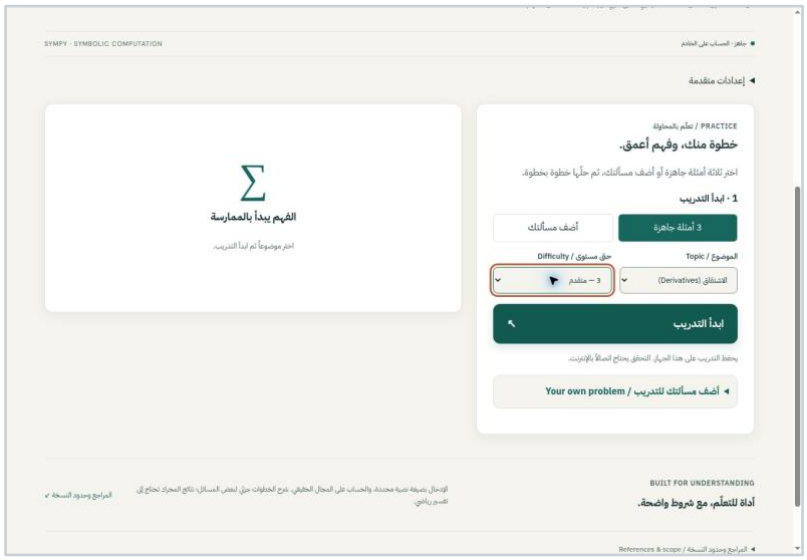
التدريب والمكتبة والمسارات المتقدمة

من مشاهدة الحل إلى صناعته بنفسك

الفصل 27

التدريب بالأمثلة الجاهزة

في هذا الفصل: حلّ تمارين جاهزة خطوة بخطوة مع تعليق فوري على كل خطوة.



الصورة 18: اختيار مصدر التدريب والموضوع ومستوى الصعوبة

1	افتح «التدريب» واختر «3 أمثلة جاهزة»، ثم حدد الموضوع و«حتى مستوى» واضغط «ابدأ التدريب».
2	اقرأ السؤال، ثم اكتب تحويلًا رياضيًا واحدًا مؤثرًا في حقل الخطوة التالية.
3	اضغط زر التحقق من الخطوة عند ظهوره، واقرأ التعليق قبل المتابعة. استعن بـ«تلميح» عند الحاجة.
4	عند الوصول إلى الناتج اختر «تحقق من إجابتي»، ثم انتقل إلى «التمرين التالي» عند إتاحته.

ملاحظة

«حتى مستوى» يحدد سقف الصعوبة، ولا يعني أن كل تمرين من أعلى مستوى. والنص المعروض في السؤال هو المرجع لما ينبغي حله.

نصيحة

إذا قُبلت خطوتك دون تقدم يُذكر، فأعد صياغتها بما يقربك من الحل. وإذا لم يُحسم التحقق فلا تعدّ ذلك دليلًا على الخطأ؛ راجع المعاينة والمجال وطبيعة التحويل.

الفصل 28

التدريب على مسألتك

في هذا الفصل: أدخل مسألة من كتابك أو واجبك، وتدرّب على حلها مع تصحيح كل خطوة.



الصورة 19: إدخال مسألة خاصة للتدريب

1. اختر «أضف مسألتك»، وحدد العملية والتعبير والمتغير والرتبة أو الحدود.
2. اكتب باستخدام لوحة الرياضيات أو «الكتابة بلوحة الجهاز».
3. اختر «معاينة المسألة»، واقرأ ما فهمه النظام، وصحح المدخلات قبل «ابدأ حل مسألتي».

تنبيه

حقل المسألة الخاصة يستخدم صيغة LaTeX، فاكتب فيه `x^3` لا `x**3`. راجع إرشاد الحقل، ولا تنقل إليه صيغة المختبر العادي كما هي.

مثال على خطوة مفيدة

لإيجاد المشتقة الأولى لـ x^3، اكتب العلاقة التالية تطبيقًا لقاعدة القوة، ثم قدّم $3x^2$ إجابةً نهائية:

$$d/dx\ x^3 = 3x^2$$

اكتب في كل حقل ما يطلبه نص السؤال، فقد يطلب تعبيرًا وسيطًا أو الطرف التالي. وتوافق التحويل رياضيًا لا يضمن أن كل صياغة معقدة قابلة للتصنيف الآلي.

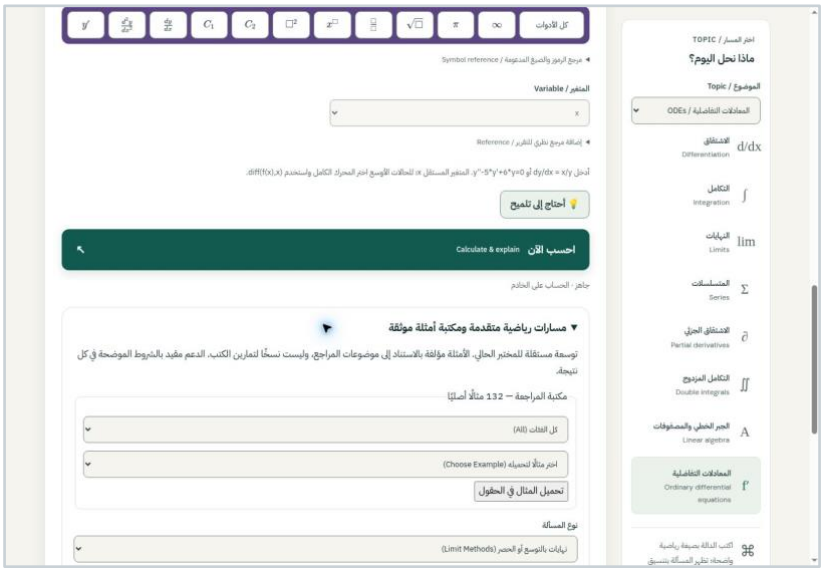
نصيحة: حافظ على عملك

تعديل خطوة سابقة قد يمسح الخطوات اللاحقة لتُتحقق من جديد. وعند انقطاع الشبكة احتفظ بالمسودة واستخدم استعادة التدريب إن ظهرت. ولا تمسح بيانات المتصفح قبل التأكد من حفظ التقدم.

الفصل 29

مكتبة الأمثلة الموثقة

في هذا الفصل: 132 مثالًا أصليًا في ست فئات، جاهزة للتحميل والحل والشرح.



الصورة 20: فئة المثال وقائمة الاختيار وزر تحميله

1	من «مختبر الحل» افتح «مسارات رياضية متقدمة ومكتبة أمثلة موثقة».
2	اختر الفئة ثم المثال، واضغط «تحميل المثال في الحقول».
3	اقرأ وصف المثال ومستواه ومصدره وعلاقته بالمرجع وحالة دعمه.
4	اضغط «حل المسألة وشرح الطريقة»، ثم اقرأ الخطوات والتحقق والتنبيهات.

فئات المكتبة

النهايات	الاشتقاق	التكامل	المتسلسلات
الجزئيات والتحسين	التكامل المتعدد والمتجهي		

ملاحظة

إضافة مثال إلى المكتبة لا تعني أن المحرك يحل كل نظائره. والإشارة إلى موضوع في كتاب لا تعني أن المسألة منقولة منه برقم تمرين. اعتمد تفاصيل المصدر وحالة التحقق المعروضة لكل مثال.

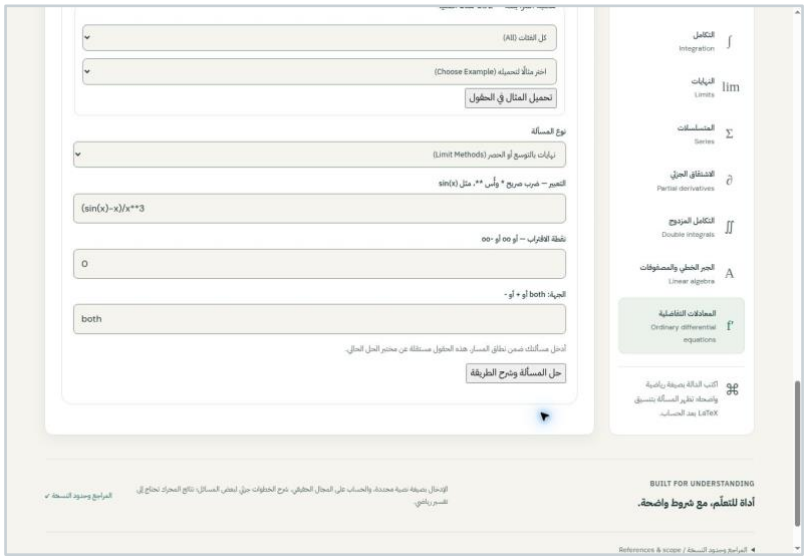
نصيحة: لإنشاء مسألة جديدة بإعداداتك

ابدأ باختيار نوع المسألة دون تحميل مثال. وإذا كنت قد حمّلت مثالًا، فانتقل إلى نوع آخر ثم عد إلى المطلوب وأدخل الحقول من جديد، لتفصل إعداداتك عن بيانات المثال المحفوظة.

الفصل 30

المسارات المتقدمة وإدخال حقولها

في هذا الفصل: حقول مستقلة عن المختبر العادي، تتغير أسماؤها بحسب نوع المسألة.



الصورة 21: نوع المسألة والتعبير والحقول المستقلة في القسم المتقدم

اختر «نوع المسألة» أولًا، ثم اقرأ أسماء الحقول بعناية. وتبقى القواعد نفسها: `*` للضرب، و`**` للأس، ووسائط الدوال بين أقواس.

نوع الحقل	مثال إدخال	المعنى
جهة النهاية	`- / + / both`	جهة الاقتراب، وليست قيمة عددية.
حدود تكامل متكرر	`y ; 0 ; x`	المتغير الداخلي وحداه السفلي والعلوي.
السطر التالي للحدود	`x ; 0 ; 1`	التكامل الخارجي بعد السابق.
قيد للتحسين	`x**2+y**2-1`	الطرف الأيسر بعد جعل القيد مساويًا للصفر.
معامل متسلسلة قوى	`n/1`	المعامل c_n وحده، والمركز والفهرس في حقليهما.

> **تنبيه**
> اتبع فاصل الحقل الفعلي عند وجود قوائم أو أسطر متعددة. ولا تكتب الصيغة الكاملة لمتسلسلة القوى بدل المعامل، ولا تبدّل ترتيب حدود التكامل دون أن تعيد تفسير المنطقة.

الفصل 31

أمثلة المسارات المتقدمة وحدودها

في هذا الفصل: تايلور، ومجال التقارب، والنقاط الحرجة، مع لمحة عن بقية المسارات.

تايلور حول الصفر

اختر «تايلور وتقدير خطأ التقريب»، وأدخل `exp(x)` بالمركز `0` والدرجة `3`. النتيجة المتوقعة:

النتيجة

$$e^x = 1 + x + x^2/2 + x^3/6 + R_3(x)$$

لتقدير الخطأ اختر عددًا حقيقيًا غير سالب a يحدّ القيمة المطلقة للمتغير، أي $a \geq 0$ و$|x| \leq a$. عندها يصح حد لاغرانج التالي:

$$|R_3(x)| \leq e^a \, |x|^4 / 24|$$

ملاحظة

هذا حد تحليلي بالشروط المذكورة؛ فلا تفترض أن كل تقريب معروض يحمل الضمان نفسه.

مجال تقارب متسلسلة القوى

اختر «مجال تقارب متسلسلة القوى»، وأدخل المعامل `1/n` والمركز `0`. المتسلسلة المقصودة هي مجموع x^n/n من $n = 1$، ونصف قطر تقاربها 1، ثم يُفحص الطرفان كلٌّ على حدة:

النتيجة

$$x < 1 \geq 1-$$

لماذا هذه النتيجة؟

عند $x = -1$ نحصل على المتسلسلة التوافقية المتناوبة، وهي متقاربة تقاربًا مشروطًا. وعند $x = 1$ نحصل على التوافقية المتباعدة. فنصف القطر وحده لا يكفي لتحديد المجال النهائي.

نقطة حرجة بسيطة

في مسار «نقاط حرجة ولاغرانج» أدخل `x**2+y**2` بالمتغيرين `x` و`y` دون قيود. يتلاشى التدرج عند الأصل، والهيسيان موجب التعيين، فتوجد صغرى صارمة. ولأن مجموع المربعين غير سالب، فهي صغرى عامة أيضًا.

المسارات الأخرى

مسارات إضافية

الاشتقاق الضمني	السلسلة متعددة المتغيرات	المشتقة الاتجاهية	التكامل الخطي
غرين وستوكس	التباعد	تغيير الإحداثيات	

لكل مسار حقوله وشروطه. افحص انتظام القيود، واتجاه المنحنى أو السطح، ونوع المنطقة والمجال قبل اعتماد أي نتيجة.

نصيحة

لا يضمن هذا الدليل حل كل مثال جديد في هذه العائلات. حمّل المثال الموافق أولًا لترى شكل المدخلات، ثم أنشئ تجربة مستقلة لإعداداتك كما في فصل «مكتبة الأمثلة الموثقة».

الجزء السابع

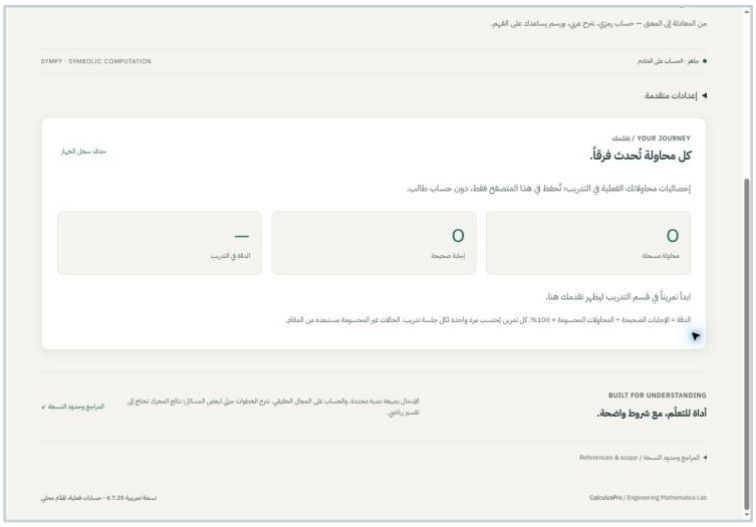
الحفظ والمتابعة والمساعدة

تابع تقدمك، واحفظ حلولك، واعرف ماذا تفعل عند أي مشكلة

الفصل 32

التقدم والمزامنة بين الأجهزة

في هذا الفصل: إحصائياتك، وكيف تنقل عملك من جهاز إلى آخر بأمان.



الصورة 22: شاشة التقدم في جلسة توضيحية دون محاولات مسجلة

افتح «تقدّمي» لتقرأ عدد المحاولات والإجابات الصحيحة والدقة لكل موضوع. الأرقام في الصورة لجلسة توضيحية فارغة، ولا تمثل سجل أي مستخدم.

$$\text{الدقة} = (\text{عدد الإجابات الصحيحة} \div \text{عدد المحاولات المحسومة}) \times 100\%$$

ملاحظة

تُستبعد الحالات غير المحسومة من المقام. والنسبة تقيس المحاولات المسجلة فقط، فلا تعدّها وحدها تقييمًا شاملًا لإتقان المادة.

نقل عملك إلى جهاز آخر

1. انتظر رسالة نجاح حفظ التدريب أو المسودة في حسابك. وإذا فشلت المزامنة فاحتفظ بالنسخة المحلية.
2. على الجهاز الآخر سجّل الدخول إلى الحساب نفسه، وافتح «تدريباتي والمزامنة»، ثم حدّث السجل السحابي.

3 استعد المسودة إذا عرضت الواجهة ذلك، وتحقق من المسألة قبل المتابعة.

تنبيه

استيراد سجل الجهاز إلى الحساب مخصص لسجلك المحلي وبموافقتك، فلا تستورد سجل جهاز مشترك. وحذف السجل أثناء الدخول قد يحذف محاولاتك السحابية أيضًا؛ اقرأ رسالة التأكيد وخذ نسخة عند الحاجة.

الفصل 33

حفظ تقرير الحل واستخدام الهاتف

في هذا الفصل: احفظ حلك ملف PDF، واستخدم المنصة براحة على شاشة صغيرة.

1. احسب المسألة في «مختبر الحل»، واقرأ النتيجة وشروطها.
2. اضغط «تقرير الحل / حفظ PDF»، وراجع التعبير والمتغير والحدود والنتيجة والخطوات والتنبيهات.
3. إذا أضفت «مرجعًا نظريًا للتقرير» فتحقق من الرابط والملاحظة بنفسك؛ فالتطبيق يدرجهما دون أن يجلب محتوى الرابط أو يتحقق منه.
4. اضغط «طباعة / حفظ PDF»، واستخدم خيارات الحفظ في المتصفح بعد مراجعة المعاينة.
5. اضغط «العودة إلى المسألة» لمتابعة العمل. ولن يضيف التقرير خطوات لم يولّدها المحرك.

الملف	ما هو	متى تستخدمه
PDF	نسخة مقروءة من تقرير مسألة واحدة.	للمراجعة والطباعة والمشاركة.
JSON	تصدير لبيانات سجل التدريب.	لحفظ سجلك الشخصي. لا يغني عن تقرير الحل، وليس نسخة احتياطية لقاعدة بيانات المنصة.

استخدام مريح على الهاتف

- ✓ ابدأ بالوضع العمودي، واعتمد على أسماء الأزرار لأن ترتيبها قد يختلف عن صور الحاسوب.
- ✓ ابنِ القوالب بلوحة الرياضيات، واكتب النص بلوحة الجهاز، وأغلق أي لوحة تغطي الحقول.
- ✓ مرّر المعادلات الطويلة داخل منطقتها، وكبّر التقرير أو استخدم الوضع الأفقي للتفاصيل الصغيرة.
- ✓ لا تحدّث الصفحة أثناء الكتابة قبل حفظ المسودة. وإذا علقت عملية فاحتفظ بالتعبير ورسالة الخطأ قبل إعادة المحاولة.

تنبيه: للمشرف فقط

قد يظهر رابط «الإدارة» للحساب المخوّل، وتتطلب عملياته تحققًا إضافيًا. لا تستخدم لوحة الإدارة أثناء التعلم المعتاد، ولا تغيّر اشتراكًا أو حالة حساب أو تحذف بيانات دون مراجعة أثر العملية. ولا تشارك مفتاح إعداد المصادقة.

الفصل 34

حل المشكلات وقائمة المراجعة

في هذا الفصل: حلول سريعة لأكثر المشكلات شيوعًا، وقائمة أخيرة قبل حفظ الحل أو مشاركته.

المشكلة	ماذا تفعل
صيغة غير مفهومة	راجع الوضع والأقواس والضرب والأس والمعاينة.
المحرر البصري لا يعمل	استخدم الحقل النصي البديل بالصيغة المناسبة.
انتهت مهلة الحساب	احتفظ بالتعبير وتحقق من الاتصال؛ المهلة لا تثبت استحالة الحل.
شرح جزئي أو تحقق غير محسوم	اقرأ حدود النتيجة، ولا تساوِ عدم الحسم بالخطأ.
نفد رصيد الصور	راجع رصيد الحساب، واستخدم الإدخال اليدوي إن كان الحل متاحًا.
السجل لا يظهر على جهاز آخر	تأكد أنه الحساب نفسه، وراجع رسالة المزامنة قبل حذف السجل المحلي.

قبل حفظ الحل أو مشاركته

- ✓ التعبير والمتغير والرتبة والحدود مطابقة للسؤال.
- ✓ المجال والفروع وثابت التكامل والجهة صحيحة حيث تلزم.
- ✓ ميّزت النتيجة الدقيقة من التقريب، والتحقق الرمزي من الدعم العددي.
- ✓ قرأت تنبيهات الشرح والرسم والتقارب وأبقيتها مع التقرير.

عند طلب المساعدة

أرسل اسم المهمة، والتعبير كما أدخلته، والمتغير والحدود، ورسالة الخطأ، واسم المتصفح والجهاز. ويمكنك إرفاق صورة مقصوصة للمشكلة.

> **تنبيه**
> لا ترسل أبدًا كلمة المرور أو رمز المصادقة أو رابط استعادة الحساب.

المصادر

واجهة CalculusPro وملفات النسخة المشروحة هي مصدر أسماء الأدوات ومسارات الاستخدام. أما الروابط التالية فتوثيق تقني للمكتبات المستخدمة، ولا تعني أن قدراتها كلها متاحة عبر المنصة.

/https://calculuspro-accounts-test.onrender.com
https://github.com/samiralatwani-ctrl/calculuspro-syn
https://docs.sympy.org/latest/tutorials/intro-tutorial/calculus.html
https://docs.sympy.org/latest/tutorials/intro-tutorial/matrices.html

https://docs.mathpix.com/guides/image-ocr

الأمثلة التعليمية في هذا الدليل أصلية وتوضيحية، ولا تُنسب إلى رقم تمرين أو صفحة في كتابي Adams أو Stewart. وقد تختلف الصيغة الجبرية وترتيب الخطوات المعروضة مع تحديث المحرك.